

問題 7

- (1)  $n \geq 3$  を整数とする。整数からなる数列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  が  $a_1 < 0, a_n > 0$  を満たし

$$a_i - a_{i-1} \leq 1, \quad 2 \leq i \leq n$$

となるとき、 $a_j = 0$  となる  $1 < j < n$  が存在する。これを示せ。

- (2)  $n$  を決まった正の整数とし、 $1 \leq k \leq n$  なる整数  $k$  のおのにおに、 $1 \leq r \leq n$  なる整数  $r$  を対応させる関数  $r = f(k)$  があって、 $k_1 < k_2$  ならばつねに  $f(k_1) \leq f(k_2)$  であるとする。このとき、 $f(m) = m$  なる整数  $m$  が存在することを証明せよ。